Ferienaufgaben 2010: Lösungen für Jahrgangsstufe 9

1. a) $4x^2 - 12x + 9$ b) $0{,}25x^4 - 4x^2 + 16$ c) $9a^2 - 25b^2$

2. a) D: $x + 3 = 0$

$x = -3$ D = $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$

Term kann zu $x - 3$ gekürzt werden

b) $\frac{x^2(x^2-1)}{x(x-1)} = \frac{x^2(x+1)(x-1)}{x(x-1)} = x(x+1)$ D = $\mathbb{R} \setminus \{0;1\}$

3. a) S(0/-4) b) S(-3/+5) c) $y = x^2 + 6x + 9 - 9 + 1 = (x+3)^2 - 8$ S(-3/-8)

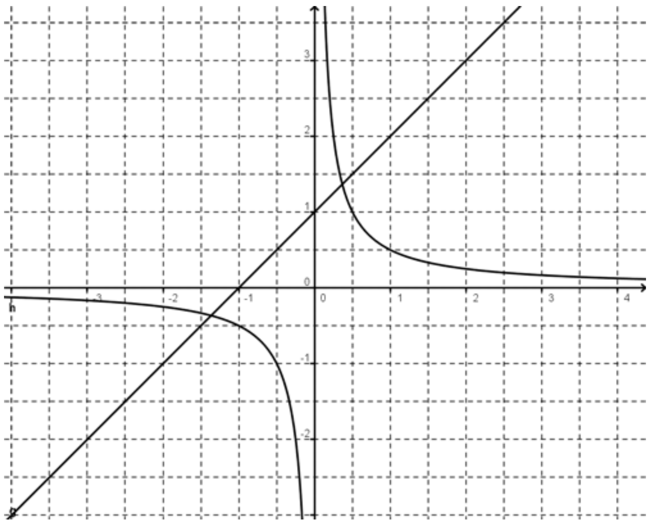
4. f: $y = x^2 + 3$ g: $y = (x+2)^2$ h: $y = -(x-1)^2$ p: $y = 0{,}5(x-2)^2 + 1$

5. a) L = {–3; –11} b) L = {14; –4}

c) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$ | *6

$3x^2 - 2x - 6 = 0$ L = { $\frac{1+\sqrt{19}}{3}; \frac{1-\sqrt{19}}{3}$ }

6. a) A(0,4/1,4) B(-1,4/-0,4)



b) $x + 1 = \frac{1}{2x}$ | * 2x

$2x^2 + 2x = 1$

$2x^2 + 2x - 1 = 0$

$x_1 = \frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ $x_2 = \frac{-1-\sqrt{3}}{2}$

A($\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$ / $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$)

B($\frac{-1-\sqrt{3}}{2}$ / $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$)

Ferienaufgaben 2010: Lösungen für Jahrgangsstufe 9

7. alt: Breite = x Länge = x + 500
   neu: Breite = 2x Länge = x + 500 – 50 = x + 450

   A = Länge · Breite
   $(x + 450)\cdot 2x = 110000$
   $2x^2 + 900x - 110000 = 0$

   $x_1 = 100$ $(x_2 = -550)$ Maße der Dorfwiese: Breite 100m, Länge 600m

8. a) $\sqrt[3]{x}$ b) $x^{\frac{-5}{6}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x^5}}$

9. a) D = [0; +∞ [L = {81}
   b) D = [0; +∞ [L = {16}
   c) D = [-1,5; +∞ [L = {61}

10. Seitenfläche des großen Würfels: 120 dm² : 6 = 20 dm² → Kantenlänge a = $\sqrt{20}$ dm = 2 $\sqrt{5}$ dm

    Seitenfläche des mittleren Würfels: 10 dm² → Kantenlänge b = $\sqrt{10}$ m

    Seitenfläche des kleinen Würfels: 5 dm² → Kantenlänge c = $\sqrt{5}$ dm

    Länge des Weges von A nach Z: a + (a – b) + b + (b – c) + 2c = 2a + b + c =

    $= (4\sqrt{5} + \sqrt{10} + \sqrt{5})$ dm $= (5\sqrt{5} + \sqrt{10})$ dm ≈ 14, 34 dm

11. Rechteck: Mit b = 9 m ist l = 5·b = 45 m; Maße des alten Zaunes: U = 2l+2b = 108 m und A = 405 m²

    Quadrat: A = 405 m² ; a = 9 $\sqrt{5}$ m ≈ 20, 12 m; U = 4a = 36 $\sqrt{5}$ m ≈ 80,50 m

    Rest Gartenzaun: 108m – 80,50 m = 27,50 m

    Prozentsatz p: $\frac{27{,}50\,m}{108\,m}$ = 25, 46 % ≈ 25 % ; Es bleiben ca. 25 % des alten Gartenzaunes übrig.

12. a= 2b; nach Satz des Pythagoras: $(2b)^2 + b^2 = 1600$ cm² → $5b^2 = 1600$ cm² → b ≈ 17,89 cm;

    a ≈ 35, 78 cm; Die Katheten sind 17, 89 cm und 35,78 cm lang.

Ferienaufgaben 2010: Lösungen für Jahrgangsstufe 9

13. z.B gilt dann: $a^2 = 0{,}25\, b^2$; für den der kürzeren Kathete a anliegenden Hypotenusenabschnitt p gilt: $p = 3$ cm.

    Aus dem Kathetensatz ($a^2 = cp$ und $b^2 = cq$) folgt: $cp = 0{,}25\, cq \rightarrow p = 0{,}25\, q \rightarrow q = 12{,}0$ cm
    $\rightarrow$ Hypotenuse $c = 15{,}0$ cm; längere Kathete $b = \sqrt{15 \cdot 12}$ cm $\approx 13{,}4$ cm; kürzere Kathete $a = 3\sqrt{5}$ cm $\approx 6{,}7$ cm

14. In einem bei B rechtwinkligen Dreieck ABC entspricht die Schattenlänge der einen Kathete [AB], der gesuchten Höhe x der Tanne entspricht die andere Kathete [BC]. Der Winkel bei C beträgt 38 ° (Scheitelwinkel). In ABC gilt: $\tan(38°) = \dfrac{28{,}2\,m}{x} \rightarrow x = 36{,}09$ m ≈ 36 m
    Die Tanne ist etwa 36 m hoch.

15. In Dreieck ABC gilt für Winkel α :
    $\sin \alpha = h_c : b$ sowie $\sin \alpha = a : c$ $\rightarrow h_c : b = a : c$ $\rightarrow h_c = \dfrac{a \cdot b}{c}$.

16. Baumdiagramm-Pfadregeln
    a) Ω={aa; ab; ac; ad; ba; bb; bc; bd; ca; cb; cc; cd; da; db; dc; dd}
    b) $x + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{4}{10} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\ \%$

    $\frac{2}{9} + y + \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \frac{4}{9}$

    $\frac{3}{9} + \frac{2}{9} + \frac{1}{9} + z = 1 \Leftrightarrow z = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

    c) $P(\{aa\}) = \frac{1}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{1}{30}$

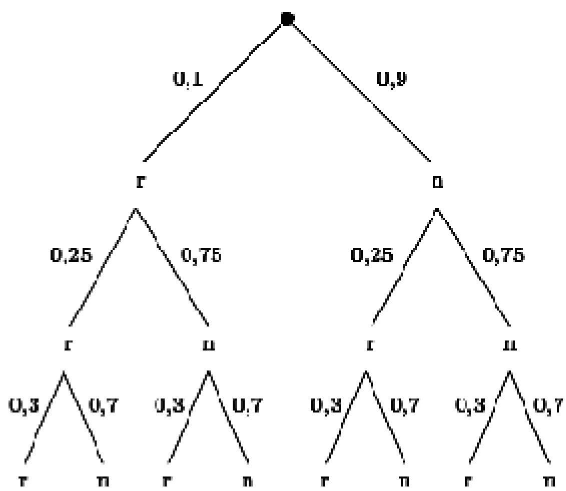
    P („mindestens einmal b“) = $\frac{1}{10} \cdot \frac{2}{9} + \frac{2}{10} + \frac{4}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{7}{15}$

17. Urlaubswetter

    (a) $|\Omega| = 8$
    (b) $p_0 = 0{,}9 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}7 = 47{,}25\%$
    (c) $E_1 = \{\text{nnn,rnn,nrn,nnr}\}$

    $$\begin{aligned} P(E_1) &= p_0 + 0{,}1 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}7 + \\ &\quad + 0{,}9 \cdot 0{,}25 \cdot 0{,}7 + \\ &\quad + 0{,}9 \cdot 0{,}75 \cdot 0{,}3 = \\ &= 0{,}4725 + 0{,}0525 + \\ &\quad + 0{,}1575 + 0{,}2025 = 88{,}5\% \end{aligned}$$

    (d) E_2 : „mindestens 2 Regentage“
    $P(E_2) = 1 - P(E_1) = 11{,}5\%$



Ferienaufgaben 2010: Lösungen für Jahrgangsstufe 9

18. Saustall

a) 1 − P(„fünf männliche Ferkel“) = 1 − $0{,}45^5$ = 98 %
b) 1 − P(„fünf männliche Ferkel“) − p(„fünf weibl. Ferkel“) = 1 − $0{,}45^5$ − $0{,}55^5$ = 93%
c) P(„drei weibl. + zwei männl. Ferkel“) = 10 · $0{,}55^3$ · $0{,}45^2$ = 34%
d) P(„mind. drei weibl. Ferkel“) =
= P(„drei weibl. Ferkel“) + P(„vier weibl. Ferkel“) + P(„fünf weibl. Ferkel“) =
= 10 · $0{,}55^3$ · $0{,}45^2$ + 5 · $0{,}55^4$ · $0{,}45$ + $0{,}55^5$ = 59%

19. Geometrische Körper

a) $A = 2\cdot G+U\cdot h=2\cdot 25\,cm^2+32\,cm\cdot 7\,cm = 274\,cm^2$; V = $G\cdot h=175\,cm^3$

b) $$A = 2\cdot G+M=2\cdot r^2\pi+2r\pi h = 2\cdot(3\,cm)^2\cdot\pi+2\cdot 3\,cm\cdot\pi\cdot(1{,}5\cdot 2\cdot 3\,cm) =$$
$$= 18\pi\,cm^2+54\pi\,cm^2 = 72\pi\,cm^2 = 226{,}194...cm^2 \approx 226{,}2\,cm^2$$

$$V = G\cdot h=r^2\pi h = (3\,cm)^2\cdot\pi\cdot 9\,cm = 81\pi\,cm^3 = 254{,}4690...cm^3 \approx 254{,}5\,cm^3$$

c) $r = 60\,cm:2 = 30\,cm;\ s = \sqrt{(30\,cm)^2+(40\,cm)^2}=50\,cm$

$$A = G+M=r^2\pi+r\pi s = (30\,cm)^2\pi+(30\,cm\cdot 50\,cm)\pi =$$
$$= 2400\pi\,cm^2 = 7539{,}822...cm^2 \approx 7540\,cm^2$$

$$V = \frac{1}{3}\cdot G\cdot h \approx 37{,}7\,l$$

20. Trümmerfrauen

Vergleich mit der schaufelnden Frau ergibt:
Die Lore ist etwa 1 m hoch, oben 1 m breit und 2 m lang. (Geringfügig abweichende Maße sind möglich.) Die Lore hat die Form eines 3-seitigen Prismas:

$$V = G\cdot h = (\frac{1}{2}\cdot 1\,m\cdot 1\,m)\cdot 2\,m = 0{,}5\,m^2\cdot 2\,m = 1\,m^3$$

21. Roter Sekt

Das Glas hat die Form eines Zylinders. Als Volumen ergibt sich:

$$V_{Zylinder}=G\cdot h=r_Z^2\pi\cdot h_Z=(3{,}4\,cm)^2\pi\,12{,}8\,cm=465\,cm^3$$

Die Sektkelche haben die Form eines Kegels und ein Volumen von

$$V_{Kelch}=\frac{1}{3}G\cdot h=\frac{1}{3}r_K^2\pi\cdot h_K=\frac{1}{3}(2\,cm)^2\pi\,9\,cm=37{,}7...cm^3$$

$\frac{v_{Zylinder}}{V_{Kelch}} = 12{,}33$ Es werden 13 Sektkelche benötigt, der letzte Kelch wird nur zu 33% gefüllt.